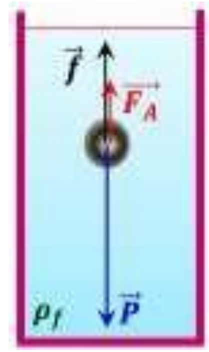
Cours N°M 2 : Mouvements de chutes verticales

Introduction **En appliquant la 2ème loi de Newton, et les outils mathématiques adaptés, déterminer les caractéristiques du mouvement d'un solide chutant verticalement dans un fluide si l'action exercée par ce dernier n'est pas négligeable.**

Chute verticale dans un fluide

I- Chute verticale dans un fluide

1- Forces exercées sur le solide dans un fluide



On considère un solide (**S**) en mouvement de chute verticale dans un fluide. Ce solide est soumis à trois forces :

- **Force de pesanteur :** $\vec{P}$
- **Force exercée par le fluide :** $\vec{F}_A$
- **Force de frottement exercé par le fluide** : $\vec{f}$

a- Force de pesanteur ou poids :

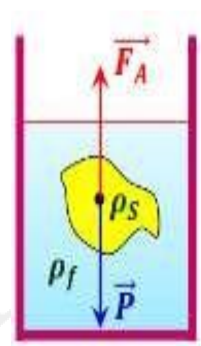
Un objet situé au voisinage de la Terre subit la force de gravitation $\vec{P}$ qui peut s'identifier à la force de pesanteur $\vec{P}$

Autrement dit : Un objet de masse m placé dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ subit une force :

....

b- Force exercée par le fluide : poussée d'Archimède

Un corps totalement ou partiellement immergé dans un fluide subit une force $\vec{F}_A$ appelée **poussée d'Archimède elle est caractérisée par :**



- **Direction** : .... , **Sens :** ....
- **Intensité ou module :** ....

....

F_A: Poussée d'Archimè (N)

ρ_f.: La masse volumique dufluide ($kg.m^{-3}$)

V_s : Volume de la partie eimmergé du solide (m^3)

g: L'intensité du champ de pesanteur

c- Force de frottement exercée par le fluide

Soit un solide de vitesse $\vec{v}$, le fluide exerce sur ce solide une force de frottement. Dans le cas d'une chute verticale dans un fluide, la force de frottement s'écrit sous la forme $\vec{f} = -k.\vec{v}^n$, avec **k** est un facteur ; il dépend de tout ce qui peut faire varier $\vec{f}$, c'est à dire la forme de l'objet, sa taille, l'aspect de sa surface ou encore la nature du fluide.

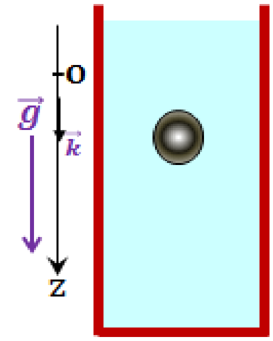
Remarque : La force $\vec{f}$ est colinéaire au vecteur vitesse $\vec{v}$ mais de sens opposé.

- Si la vitesse est faible alors la force a pour valeur $f = k.v$
- Si la vitesse est plus importante alors la force a pour valeur $f = k.v^2$

II- Etude de la chute verticale dans un fluide .

1-Etude expérimentale

On remplit un tube gradué avec un liquide visqueux et transparent de masse volumique ρ_f et on y fait tomber une bille homogène de masse **m** et de centre d’inertie **G sans vitesse initiale** à l’instant **t = 0**, puis on enregistre le mouvement de la bille par système d’acquisition et on trace la variation de la vitesse du centre d’inertie **G de la bille** en fonction de temps $v_G = f(t)$.



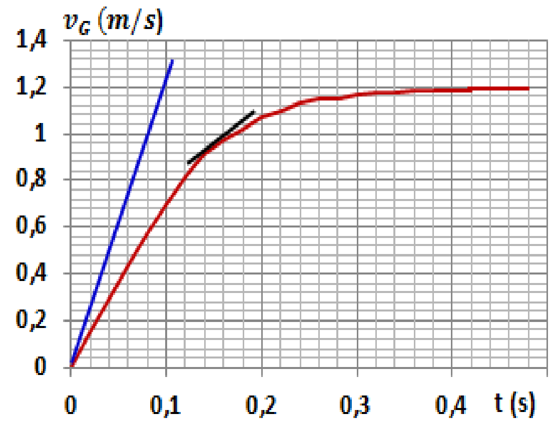
Exploitation de la courbe $v_G = f(t)$:

1) **Décrire la variation de la vitesse en fonction de temps ;**

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………



2) **Déduire à partir de la courbe : Est-ce que la coordonnée a d’accélération du vecteur $\vec{a}_G = a\vec{k}$ augmente ou diminue ?**

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

3) **Représenter l’asymptote à la courbe puis déduire la valeur de vitesse limite v_L.**

……

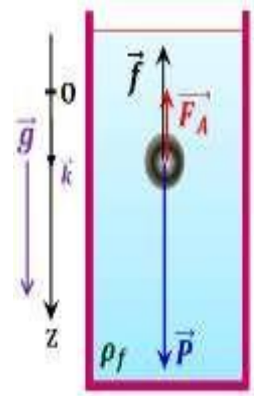
4) **On appelle le temps caractéristique du mouvement τ : « c’est l’intersection de la tangente à t = 0 avec l’asymptote à la courbe $v_G = f(t)$ » Déterminer la valeur de τ.**

……

Remarque : l’ordonné de τ est 0,63 v_L

4- Etude théorique

4-1- L’équation différentielle du mouvement



- **système étudié** : {bille}
- **Référentiel terrestre** : référentiel considéré comme galiléen car la durée de la chute est faible devant la période de rotation de la Terre (24 h)
- **Bilan des forces extérieures :**

……

……

……

……

……

……

……

....

....

....

....

....

4-2 Détermination la vitesse limite v_{lim} et l'accélération initiale a_0 à partir de l'éq diff

a - vitesse limite : v_{lim}

Lorsque le régime permanent est établit la vitesse de la bille devient ....

....

....

....

....

V : .Le volume de la bille ; ρ_f : La masse volumique de fluide ; ρ : La masse volumique de la bille.

b - Accélération initiale a_0

Méthode 1 à $t = 0$ **on a** $v = 0$ **la bille tombe sans vitesse initiale ;**

....

....

Méthode 2 : à $t = 0$ **on a** $\vec{f} = \vec{0}$ **(la bille est en repos) donc** $K.v^n = 0$ $\Rightarrow$

$$\boxed{a_0 = g\left(\frac{m-m_f}{m}\right)}$$

Méthode 3 Graphiquement la valeur de l'accélération initiale est égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe $v_G = f(t)$ **, à l'instant** $t = 0$: ....

Remarque 1: $\boldsymbol{\tau}$ est appelé temps caractéristique et **5** $\boldsymbol{\tau}$ correspond à l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, temps au bout duquel la vitesse limite est en fait atteinte

III-Résolution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler

1- Méthode d'Euler

La méthode d'Euler est une méthode numérique permettant de donner une solution approchée de l'équation différentielle du mouvement de G, lors d'une chute verticale avec frottement.

Il faut pour cela connaître :

- L'équation du mouvement est : $\frac{dv}{dt} = A - Bv^n$
- Les conditions initiales v_0
- Le pas de résolution Δt ; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$.

On peut déterminer les grandeurs cinétiques (vitesses et accélérations) par

- L'équation différentielle à l'instant t_i : $a_i = A - Bv_i^n$ (pour le même point : connaitre la vitesse d'un point c'est déterminer son accélération et réciproquement).
- L'expression de la vitesse : $V_{i+1} = V_i + a_i \Delta t$;

$t_0 = 0$	$V_0 = 0$	$\longrightarrow a_0 = A - B.(V_0)^n = A$
$t_1 = t_0 + \Delta t$	$V_1 = V_0 + a_0 \Delta t$	$\longrightarrow a_1 = A - B.(V_1)^n$
$t_2 = t_1 + \Delta t$	$V_2 = V_1 + a_1 \Delta t$	$\longrightarrow a_2 = A - B.(V_2)^n$

Chute libre verticale

I- Chute libre verticale

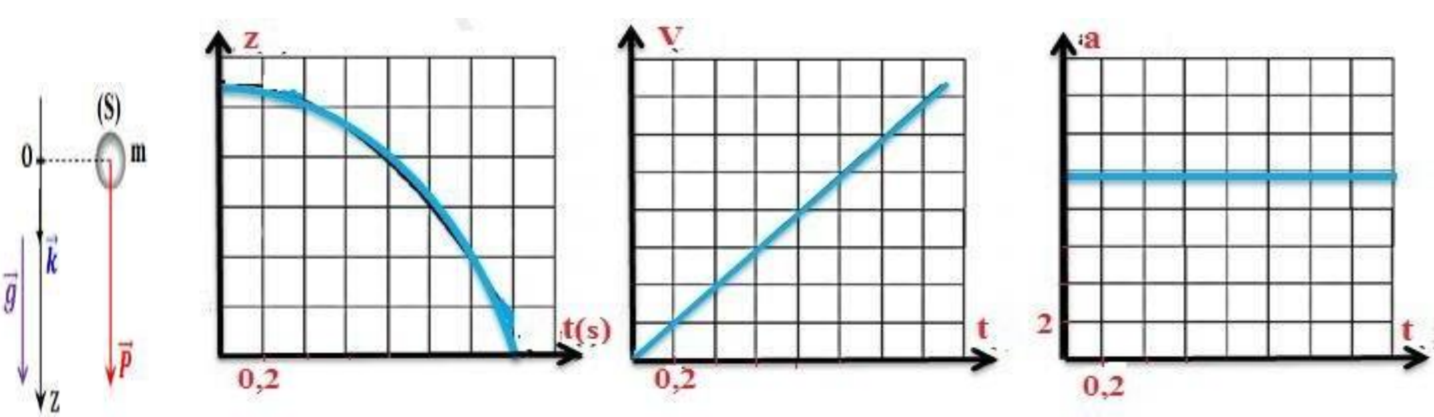
1- Définition de la chute libre

Un **solide** est dit en **chute libre** s'il est soumis uniquement à **son poids** (le fait qu'il n'existe pas de force de frottement impose que cette condition ne peut être réalisée que dans le vide).

2 - Etude expérimentale:

a- Activité

cAbandonnons en **O** une bille d'acier, de masse $m = 5,0\ g$ et de rayon $r = 0,5\ cm$, sans vitesse initiale dans l'air. Etudions la bille en chute verticale sur l'axe **[OZ)** dans le référentiel. En gardant la même hauteur, puis on recommence l'expérience avec une autre bille de masse différente



Commenter les graphes obtenus ci-dessus :

....

....

....

....

1- **Comparer la valeur de l'accélération avec l'intensité de pesanteur,**

....

....

2- **Est –ce que l'accélération dépend-elle de la masse de la bille ?**

....

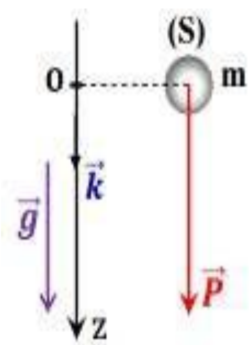
Conclusion

En générale un solide **en chute libre** lorsqu'il n'est soumis qu'à son poids, l'accélération $\vec{a}_G$ **de son centre d'inértie est alors égale** ....

L'accélération est ....

2- Etude théorique

Activité : On considère une boule **(S)** de masse **m** d'acier en chute libre verticale. On considère le repère (O, z) orienté dans le sens du mouvement (voir la figure).



2-1 L'équation différentielle du mouvement

En appliquant la 2ème loi de Newton au centre d'inertie la boule ; déterminer l'équation différentielle du mouvement.

....

....

....

....

....

2-2 Résolution analytique de l'équation différentielle :

Conditions initiales : supposons que la position initiale à l'instant $(t = 0)$ du solide soit $z(t = 0) = z_0$ et sa vitesse initiale soit $v_z(t = 0) = v_0$.

- **Déterminer l'équation de la vitesse**

....

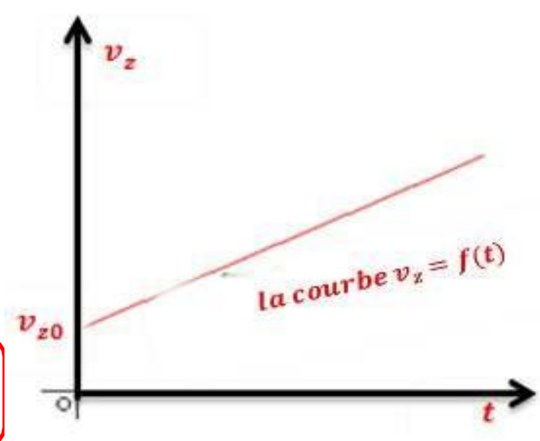
....

....

....

....

....



Remarque : si la vitesse initiale est nulle $v_0 = 0$; alors l'expression de la vitesse devient : ....

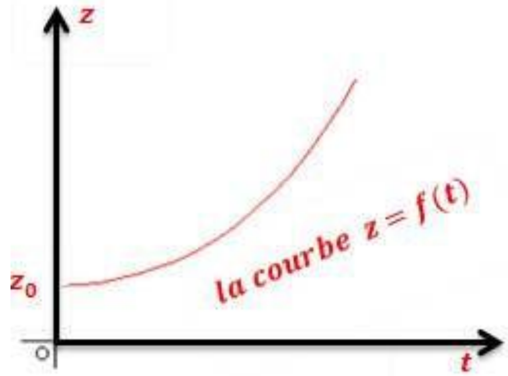
2-3 L'équation horaire du mouvement

....

....

....

....

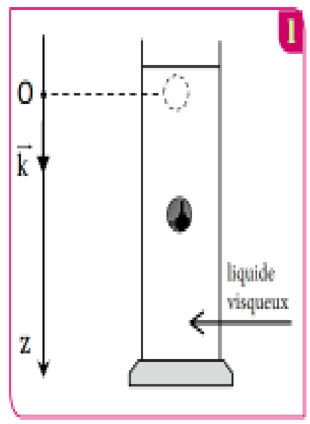


....

Remarque : si le solide est lâché du point O ($z_0 = 0$) si la vitesse initiale est nulle ($v_0 = 0$), alors l'expression de la position du mobile devient : ....

Série d'exercices : Mouvements de chutes verticales

Exercice 1 L'étude de la chute d'un corps solide homogène dans un liquide visqueux , permet de déterminer quelques grandeurs cinématiques et la viscosité du liquide utilisé .On remplit un tube gradué avec un liquide visqueux et transparent de masse volumique **ρ** et on y fait tomber une bille homogène de masse **m** et de centre d'inertie **G** sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$. On étudie le mouvement de **G** par rapport à un référentiel terrestre supposé galiléen . On repère la position de **G** à l'instant t par la cote z sur l'axe **Oz** vertical orienté vers le bas .On considère que la position de **G** est confondue avec l'origine de l'axe **Oz** à l'origine des dates et que la poussée d'Archimède n'est pas négligeable par rapport aux autres forces exercées sur la bille. On modélise l'action du liquide sur la bille au cours du mouvement par la force de frottement $\vec{f} = -k\,\vec{v}_G$ avec $\vec{v}_G$ le vecteur vitesse de G à l'instant t et k un coefficient constant positif.



Données : - rayon de la bille : **r = 6.10^{-3} m** - masse de la bille : **m = 4,1.10^{-3} kg** .

On rappelle que l'intensité de la poussée d'Archimède est égale à l'intensité du poids du volume du liquide déplacé.

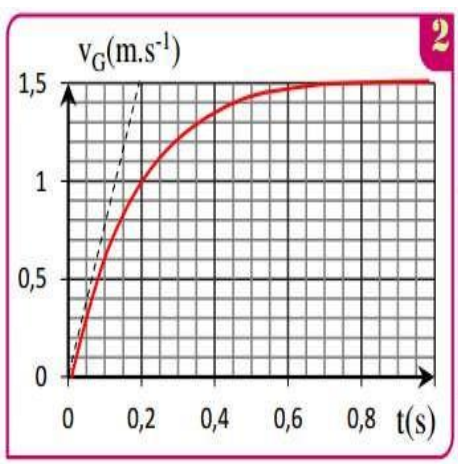
1- En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de **G** s'écrit sous la forme : $\frac{dV_G}{dt} + A.V_G = B$ en déterminant l'expression de **A** en fonction de k et **m** et l'expression de **B** en fonction de l'intensité de la pesanteur **g** , **ρ** et **V** le volume de la bille.

2- Vérifier que l'expression $V_G = \frac{B}{A}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle, avec $\tau = \frac{1}{A}$ le temps caractéristique du mouvement.

3- Écrire l'expression de la vitesse limite V_{lim} du centre d'inertie de la bille en fonction de A et B.

4- On obtient à l'aide d'un équipement informatique adéquat le graphe de la **figure 2** qui représente les variations de la vitesse V_G en fonction du temps, déterminer graphiquement les valeurs de V_{lim} et τ.

5- Déterminer la valeur du coefficient **k.**



t (s)	V_G ($m.s^{-1}$)	a ($m.s^{-2}$)
0	0	7,57
0,033	0,25	a_1
0,066	V_2	5,27